Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

Laboratorio de Programación con **MATLAB**

Práctica 9ª

Resolviendo ecuaciones no lineales con **MATLAB**

Noviembre , 2018

C. Conde, A. Fidalgo, R. Gómez, A. López, M. Pilar Martínez de la Calle

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

PRIMER OBJETIVO:

Utilizar el método de bipartición para hallar una raíz de la ecuación **f(x)=0** *en un intervalo* **[a,b]** *en el que* **f(x)** *es continua y tal que* **f(a)·f(b) < 0**

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

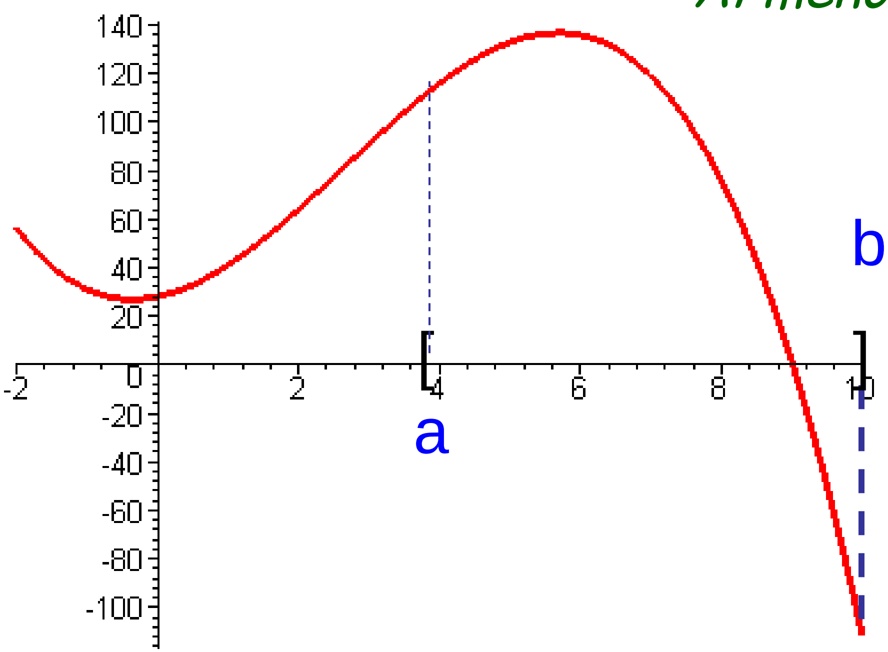
$$\left.\begin{array}{l} f(x) \text{ CONTINUA en } [a, b] \\ f(a).f(b) < 0 \end{array}\right\} \rightarrow$$

(Teorema de Bolzano)

En [a, b] hay un número impar de raíces.

*Al menos hay **una** raíz*

Condiciones suficientes para que el método funcione con éxito



C. Conde, A. Fidalgo, R. Gómez, A. López, M. Pilar Martínez de la Calle

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

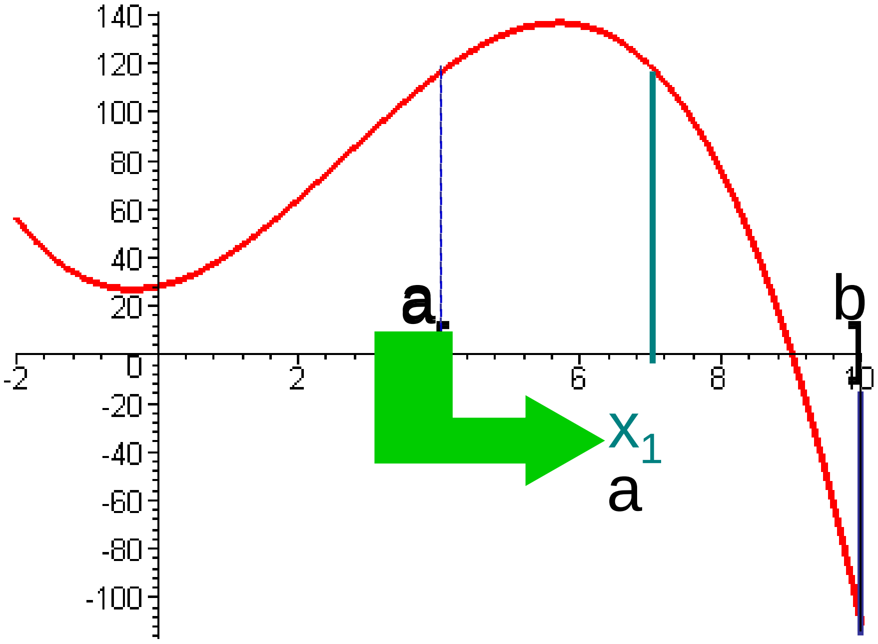
* Cálculo de las raíces

Primera iteración:

Punto medio:

$$x_1 = \frac{a+b}{2}$$

Evaluación de la función en el punto medio $f(x_1)$



Determinación del nuevo intervalo de búsqueda

Si $(f(x_1).f(a) < 0)$ *entonces:* $b \leftarrow x_1$.

Si $(f(x_1).f(a) > 0)$ *entonces:* $a \leftarrow x_1$. *(En el dibujo)*

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

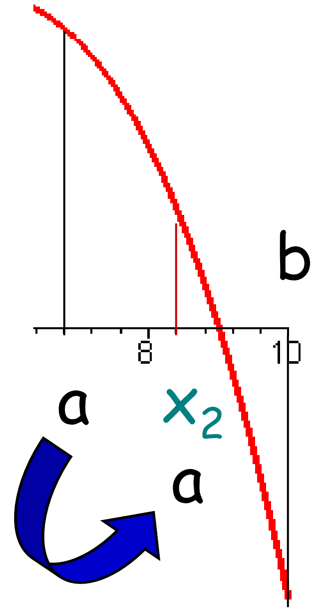
Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

Segunda Iteración:

Punto medio:

$$x_2 = \frac{a+b}{2}$$

Evaluación de la función en el punto medio $f(x_2)$



Determinación del nuevo intervalo de búsqueda

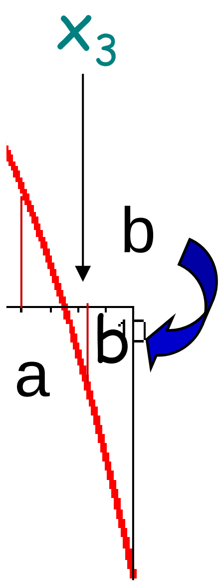
(En el dibujo)

Si $(f(x_2).f(a) < 0)$ *entonces:* $b \leftarrow x_2$.

Si $(f(x_2).f(a) > 0)$ *entonces:* $a \leftarrow x_2$.

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

Tercera Iteración:



Punto medio:

$$\mathbf{x_3 = \frac{a+b}{2}}$$

Evaluación de la función en el punto medio $\mathbf{f(x_3)}$

Determinación del nuevo intervalo de búsqueda

(En el dibujo)

Si $\mathbf{(f(x_3).f(a) < 0)}$ *entonces:* $\mathbf{b \leftarrow x_3}$.

Si $\mathbf{(f(x_3).f(a) > 0)}$ *entonces:* $\mathbf{a \leftarrow x_3}$.

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

Dados dos puntos **a** y **b** (**a**<**b**) y la función **f(x)** continua en el intervalo **[a,b]** y tal que **f(a).f(b)<0**

Para i = 1, 2, ...

$$x \leftarrow \frac{a+b}{2}$$

Si (f(a).f(x) > 0) *entonces:*

a ← x

Si no: *Si* (f(a).f(x) < 0) *entonces:*

b ← x

Si no:

x es raíz

Fin condición.

Fin condición.

Fin bucle.

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

¿ Cuántas iteraciones deben realizarse para asegurar que la raíz buscada diste menos de ε de la solución exacta?

Al comenzar el intervalo de búsqueda mide: $L_0 = (b - a)$

Tras la primera iteración el nuevo intervalo de búsqueda mide: $L_1 = (\frac{1}{2}).L_0 = (\frac{1}{2}).(b - a)$

Tras la segunda iteración el nuevo intervalo de búsqueda mide: $L_2 = (\frac{1}{2}).L_1 = (b - a) / 2^2$

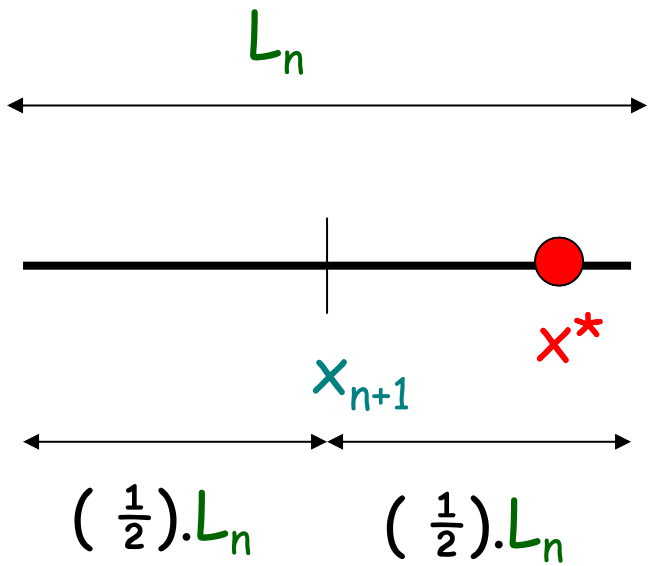
....

Tras la n-ésima iteración el nuevo intervalo de búsqueda mide: $L_n = (\frac{1}{2}).L_{n-1} = (b - a) / 2^n$

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

Si se toma como raíz aproximada tras **n** iteraciones el punto medio del intervalo de búsqueda (punto x_{n+1}) la distancia a la raíz exacta x^* será menor que $(\frac{1}{2}).L_n$



Luego:

$$|x^* - x_{n+1}| \le (\tfrac{1}{2}).L_n = \frac{b-a}{2^{(n+1)}}$$

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

Una precisión mayor que ε se asegura realizando un número de iteraciones (**n**) tal que:

$$|x^* - x_{n+1}| \leq \frac{b-a}{2^{(n+1)}} < \varepsilon \longrightarrow 2^{(n+1)} > \frac{(b-a)}{\varepsilon} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow (n+1).\ln(2) > \ln\left(\frac{(b-a)}{\varepsilon}\right) \longrightarrow \boxed{n > \frac{\ln\left(\frac{(b-a)}{\varepsilon}\right)}{\ln(2)} - 1}$$

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

INICIO

Leer a, b, ε; Definir f(x)

$$numit \leftarrow \text{Entero mayor}\left(\ln\left(\frac{|a-b|}{\varepsilon}\right)/\ln(2)-1\right)$$

J ← 0; fa ← f(a); fb ← f(b);

Mientras ((J < numit) y (fa·fb<0)) hacer:

1°) $pmed \leftarrow \frac{a+b}{2}$ 2°) vmed ← f(pmed)

3°) Si (vmed·fa > 0):

a ← pmed; fa ← vmed;

si no:

b ← pmed; fb ← vmed;

Fin condición

4°) J ← J+1;

Fin bucle condicional

(Continúa en pág. siguiente)

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

(Viene de pág. anterior)

```
Si (fa = 0):
        Escribir 'Solución = ', a;
si no, si (fb = 0):
        Escribir 'Solución = ', b;
si no :
        Escribir 'Solución = ',(a+b)/2;
Fin condición
```

FIN

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

La presión de vapor del n-hexano (C_6) y del n-octano (C_8) se pueden relacionar con la temperatura absoluta mediante las expresiones:

$$\log\left(P^0_{C_6}\right) = 15.8737 - \frac{2697.55}{T - 48.784}$$

$$\log\left(P^0_{C_8}\right) = 15.9798 - \frac{3127.60}{T - 63.633}$$

P → mm Hg
T → °K

Según dichas fórmulas, para 2 atmósferas (1520 mm Hg) la temperatura de ebullición del n-hexano es 364.39°K y la del n-octano es de 425.07°K.

Se desea conocer la temperatura de ebullición a 2 atmósferas de una mezcla líquida conteniendo el 50% de moles de cada uno de los dos componentes

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

NOTACIÓN

x_1 → Fracción molar en la fase líquida de n-hexano = 0.5

x_2 → Fracción molar en la fase líquida de n-octano = 0.5

y_1 → Fracción molar en la fase vapor de n-exano

y_2 → Fracción molar en la fase vapor de n-octano

RELACIONES

$$y_1 = \frac{P^0_{C_6}}{P}.x_1 = \frac{P^0_{C_6}}{2.P}$$

$$y_2 = \frac{P^0_{C_8}}{P}.x_2 = \frac{P^0_{C_8}}{2.P}$$

$$y_1 + y_2 = 1 \Leftrightarrow \boxed{\frac{P^0_{C_6}}{2.P} + \frac{P^0_{C_8}}{2.P} = 1}$$

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

$$y_1 + y_2 = 1 \Leftrightarrow \boxed{\frac{P^0_{C_6}}{2.P} + \frac{P^0_{C_8}}{2.P} = 1}$$

Ecuación a resolver:

$$f(T) = \frac{e^{\left(15.8737 - \frac{2697.55}{T - 48.784}\right)}}{3040} + \frac{e^{\left(15.9798 - \frac{3127.60}{T - 63.633}\right)}}{3040} - 1 = 0$$

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

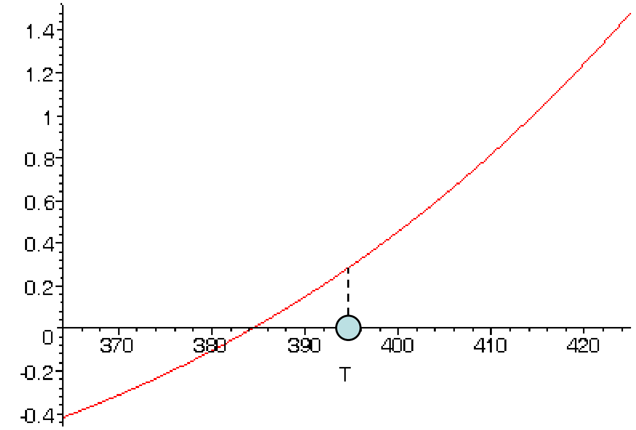
EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

$$f(T) = \frac{e^{\left(15.8737 - \frac{2697.55}{T-48.784}\right)}}{3040} + \frac{e^{\left(15.9798 - \frac{3127.60}{T-63.633}\right)}}{3040} - 1$$

1ª Iteración:

$T_I = 364\ ^oK \approx T_{C_6} \longrightarrow f(T) < 0$

$T_F = 425\ ^oK \approx T_{C_8} \longrightarrow f(T) > 0$



$$T_1 = \frac{T_I + T_F}{2} = \frac{364 + 425}{2} = 394.5 \longrightarrow f(T_1) = 0.277.. > 0$$

$T_F \leftarrow T_1 = 394.5$

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

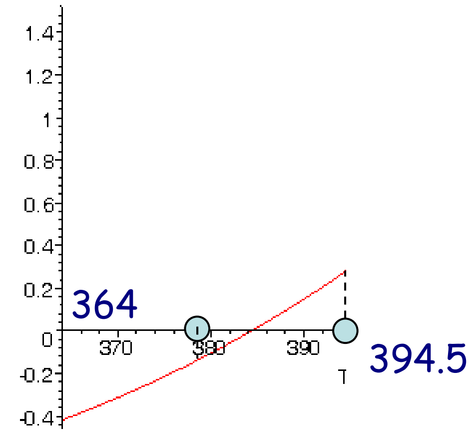
C. Conde, A. Fidalgo, R. Gómez, A. López, M. Pilar Martínez de la Calle

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

$$f(T) = \frac{e^{\left(15.8737-\frac{2697.55}{T-48.784}\right)}}{3040} + \frac{e^{\left(15.9798-\frac{3127.60}{T-63.633}\right)}}{3040} - 1$$

2ª Iteración:



$$T_2 = \frac{T_I + T_F}{2} = \frac{364 + 394.5}{2} = 379.25$$

$\rightarrow$ $f(T_2) = -0.123.. < 0$

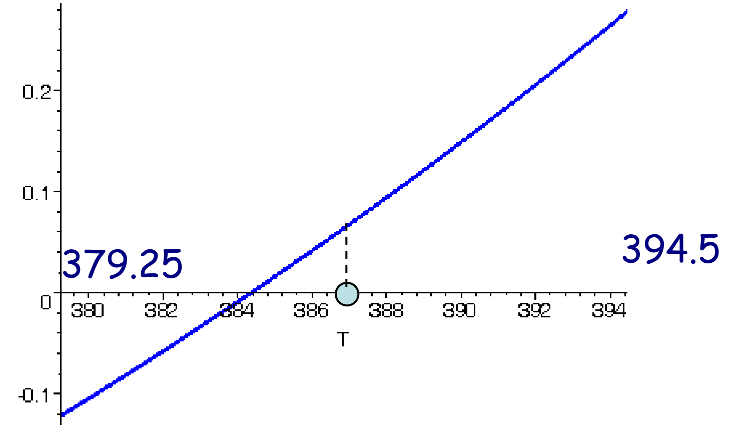
$T_I \leftarrow T_2 = 379.25$

C. Conde, A. Fidalgo, R. Gómez, A. López, M. Pilar Martínez de la Calle

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

$$f(T) = \frac{e^{\left(15.8737 - \frac{2697.55}{T - 48.784}\right)}}{3040} + \frac{e^{\left(15.9798 - \frac{3127.60}{T - 63.633}\right)}}{3040} - 1$$

3ª Iteración:



$$T_3 = \frac{T_I + T_F}{2} = \frac{379.25 + 394.5}{2} = 386.875 \longrightarrow f(T_3) = 0.06.. > 0$$

$$T_F \leftarrow T_3 = 386.875$$

……..

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

$$f(T) = \frac{e^{\left(15.8737 - \frac{2697.55}{T - 48.784}\right)}}{3040} + \frac{e^{\left(15.9798 - \frac{3127.60}{T - 63.633}\right)}}{3040} - 1$$

Para asegurar una precisión de 10^{-3} °K se necesitarán:

$$\text{Nº iteraciones} > \frac{\log\left(\frac{61}{10^{-3}}\right)}{\log(2)} - 1 \approx 14.89\ldots$$

Deben realizarse al menos 15 iteraciones.

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EJERCICIO:

A) Escribe un algoritmo (en forma de pseudocódigo y en forma de organigrama) y un subprograma `function`, llamado `f` en el que sean **argumentos de entrada**

- **XH** (fracción molar del n-hexano en fase líquida)
- **T** (fracción molar del n-octano en fase líquida)

y se calcule como **argumento de salida** el valor:

$$f(XH,T)=\frac{XH\cdot e^{\left(15.8737-\frac{2697.55}{T-48.784}\right)}+(1-XH)\cdot e^{\left(15.9798-\frac{3127.60}{T-63.633}\right)}}{1520}-1$$

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

B) Escribe un algoritmo (en forma de pseudocódigo y en forma de organigrama) en el que usando como datos los valores

- **XH** (fracción molar del n-hexano en fase líquida = 2/3)
- **TH** (Temperatura de ebullición a 2 atmósferas del n-hexano = 364.39 ºK)
- **TO** (Temperatura de ebullición a 2 atmósferas del n-octano = 425.07 ºK)
- **`epsilon`** (precisión deseada = 10^{-4})

se calcule la aproximación, utilizando el método de bipartición, la temperatura de ebullición a **2** atmósferas de una mezcla líquida de n-hexano y n-octano en la que la fracción molar del primero sea XH. Se deberá proporcionar una aproximación que a lo sumo diste **`epsilon`** de la solución exacta

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

```
clear all
syms T
XH=2/3;
a=364.39;  b=425.07; eps = 10^(-4);
f(T)=(XH*exp(15.8737-...
         2697.55/(T-48.784))+ ...
         (1-XH)*exp(15.9798- ...
         3127.60/(T-63.633)))/1520-1;
numit=ceil(log(abs(b-a)/eps)/ ...
                        log(2) -1);
```

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

```
J=0; fa=eval(f(a));  fb=eval(f(b));
while ( (J<numit) & (fa*fb <0) )
    pmed = (a+b)/2;
    vmed = eval(f(pmed));
    if (vmed*fa >= 0)
        a = pmed; fa = vmed;
    else
        b=pmed; fb=vmed;
    end
    J=J+1;
end
```

EL MÉTODO DE BIPARTICIÓN

```
if (fa==0)
    display(['Solución exacta: ',...
                                num2str(a)]);
elseif (fb==0)
    display(['Solución exacta: ', ...
                                num2str(b)]);
else
    display(['Solución aprox.: ', ...
                          num2str((a+b)/2)]);
end
```

```
>> HEXANO
    numit =    19
    Solución aproximada: 376.4495
```

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE NEWTON

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

SEGUNDO OBJETIVO:

Utilizar el método de NEWTON para hallar una raíz de la ecuación **f(x)=0**

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE NEWTON

Si $f(x) \in C^2([a,b])$ y consideramos la ecuación $f(x)=0$

con una raíz x^* en $[a,b]$, siendo x_1 una abscisa de $[a,b]$ podemos expresarla como $x_1 = (x^*-h)$, y un desarrollo en serie de Taylor nos conduce a:

$$0 = f(x^*) = f(x_1+h) = f(x_1) + h \cdot f'(x_1) + \frac{h^2}{2} \cdot f''(x_1+\theta \cdot h) \qquad \theta \in [0,1]$$

Si se pudiera resolver la ecuación en h:

$$0 = f(x_1) + h \cdot f'(x_1) + \frac{h^2}{2} \cdot f''(x_1+\theta \cdot h) \qquad \theta \in [0,1]$$

se tendría determinada la raíz mediante:

$$x^* = x_1 + h$$

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE NEWTON

Pero, en general, resolver en **h** la ecuación:

$$0 = f(x_1) + h \cdot f'(x_1) + \frac{h^2}{2} . f''(x_1 + \theta \cdot h) \qquad \theta \in [0,1]$$

puede ser más complicado que resolver la ecuación dada pues:

1º) Se sabe que existe algún valor θ para el que se verifica lo anterior, pero en general no se conoce cuál es, y determinarlo puede ser "complicado"

2º) Según cuales sean las expresiones de f'(x) y de f''(x) la ecuación anterior puede ser no lineal

EL MÉTODO DE NEWTON

LA IDEA DE NEWTON (Y DE RAPHSON):

LINEALIZAR LA ECUACIÓN

$$0 = f(x_1) + h \cdot f'(x_1) + \cancel{\frac{h^2}{2} \cdot f''(x_1 + \theta . h)}$$

$$0 = f(x_1) + H . f'(x_1) \quad (H : h)$$

$$H = -\frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \longrightarrow x^* \approx x_2 = x_1 + H = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

EL MÉTODO DE NEWTON

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

Esquema operativo

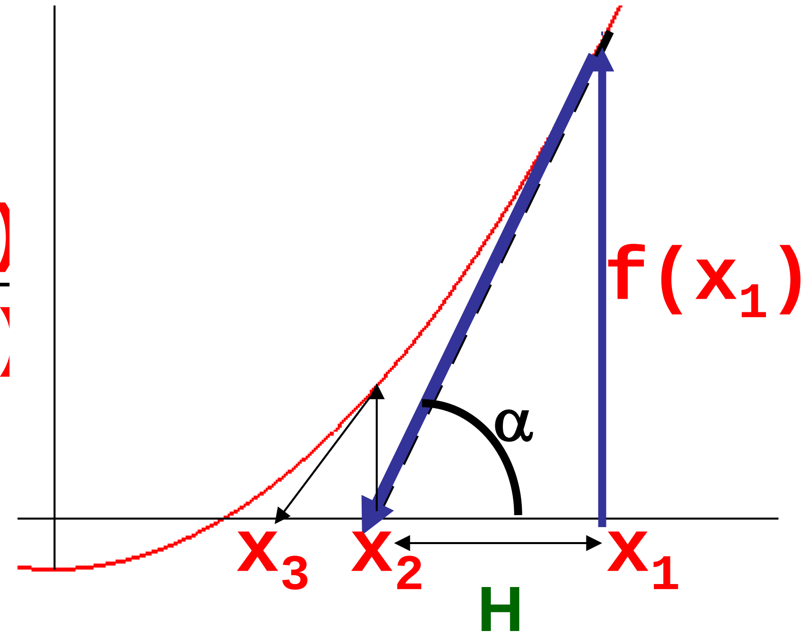
x_1 dado

Para J = 2, 3, ...

$$x_J \leftarrow x_{J-1} - \frac{f(x_{J-1})}{f'(x_{J-1})}$$

Fin bucle en J.

Interpretación gráfica



$$f'(x_1) = \mathrm{tg}(\alpha) = \frac{f(x_1)}{H} \longrightarrow H = \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

EL MÉTODO DE NEWTON

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

El proceso **se detendrá** cuando:

- Se encuentren dos aproximaciones consecutivas, x_{J-1} y x_J, tales que $|x_J - x_{J-1}|$ sea inferior a un valor dado ε, **Y** además, $|f(x_J)|$ sea inferior a un valor prefijado δ. En ese caso se proporcionará x_J como la solución aproximada

O

- Tras haber calculado **N** aproximaciones sin cumplirse el criterio de detención anterior. En ese caso se avisará al usuario de que el proceso no tuvo éxito.

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE NEWTON

INICIO

Leer s , N , ε y δ

Definir la función f(x); **Definir** la función f'(x);

J ← 1; tolx ← 2· ε; tolf ← 2· δ;

Mientras ((J<N) Y ((tolx>ε) O (tolf>δ))) **hacer**:

1º) z←s-f(s)/f'(s);

2º) tolx←|x-z|;

3º) tolf←|f(x)|;

4º) s←z;

5º) J←J+1;

Fin bucle condicional.

(Continúa en pág. siguiente)

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE NEWTON

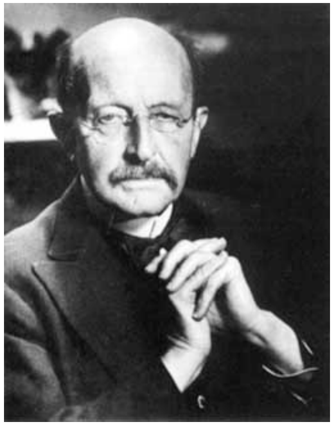
(Viene de pág. anterior)

```
Si (J = N):
    Escribir 'Proceso no convergente';
si no:
    Escribir 'Solución = ', s;
Fin condición
FIN
```

EL MÉTODO DE NEWTON

La densidad de energía radiada a la frecuencia υ por unidad de volumen en un "cuerpo negro" que se encuentra a la temperatura absoluta T, que denotaremos por $u(\upsilon,T)$, viene determinada por la ecuación de Planck:

$$u(\vartheta,T) = \frac{8.\pi.h}{c^3}.\frac{\vartheta^3}{e^{\frac{h.\vartheta}{k.T}}-1}$$



con: h (cte. de Planck) = $6.626.10^{-34}$ J.s

k (cte. de Boltzmann) = $1.38066.10^{-23}$ J/°K

c (veloc. luz en vacío) = 3.10^{8} m/s

π (aprox.) 3.1416

Determínese la relación entre la frecuencia (positiva) υ y la temperatura T a la que se hace máxima la emisión de energía radiante de un cuerpo negro.

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE NEWTON

Llamando: $\mathbf{M} = \dfrac{8.\pi.h}{c^3}$ y $\mathbf{C} = \dfrac{h}{k}$

la ecuación de Planck se escribe como: $u(\vartheta, T) = M\cdot\dfrac{\vartheta^3}{e^{C\cdot\frac{\vartheta}{T}} - 1}$

Derivando respecto a υ, e igualando a 0, se tiene que:

$$\frac{du}{d\vartheta}(\vartheta, T) = M.\frac{3.\vartheta^2.\left(e^{C\cdot\frac{\vartheta}{T}} - 1\right) - \vartheta^3.\frac{C}{T}\cdot e^{C\cdot\frac{\vartheta}{T}}}{\left(e^{C\cdot\frac{\vartheta}{T}} - 1\right)^2} = 0$$

de donde se obtiene:

$$3.\cancel{\vartheta^2}\cdot\left(e^{C\cdot\frac{\vartheta}{T}} - 1\right) - \vartheta^{\cancel{3}}\cdot\frac{C}{T}.e^{C\cdot\frac{\vartheta}{T}} = 0 \Rightarrow 3\cdot\left(e^{C\cdot\frac{\vartheta}{T}} - 1\right) - C\cdot\frac{\vartheta}{T}\cdot e^{C\cdot\frac{\vartheta}{T}} = 0$$

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE NEWTON

Llamando: $x = C\cdot\frac{\vartheta}{T}$ rescribimos la ecuación como:

$$3\cdot\left(e^{C\cdot\frac{\vartheta}{T}} - 1\right) - C\cdot\frac{\vartheta}{T}\cdot e^{C\cdot\frac{\vartheta}{T}} = 0 \longrightarrow 3.\left(e^{x} - 1\right) - x\cdot e^{x} = 0$$

(ecuación a resolver)

SE PIDE:

1º) Defínase esta función

2º) Determínese la primera derivada de esta función

3º) Escríbase programa que determine por el método de Newton la relación entre la frecuencia (positiva) υ y la temperatura T a la que se hace máxima la emisión de energía radiante de un cuerpo negro.

Inicialícese el método con el valor $s = C\cdot\upsilon/T = 5$.

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE NEWTON

Escríbase programa que determine por el método de Newton la relación entre la frecuencia (positiva) υ y la temperatura T a la que se hace máxima la emisión de energía radiante de un cuerpo negro.

Incialícese el método con el valor $s = C \cdot \upsilon / T = 5$.

Utilizando una tolerancia entre aproximaciones consecutivas de $\varepsilon = 10^{-7}$ y una tolerancia en el valor de la función $\delta = 10^{-8}$, no realizándose en ningún caso más de $N=100$ iteraciones del método.

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE NEWTON

```
clear all
syms x
f(x)=3*(exp(x)-1)-x*exp(x);
fd(x)=diff(f(x),x);
eps=10^(-7); delta=10^(-8); N=100;
s=5; J=1; tolx=2*eps; fs=eval(f(s));
while ( (J<N) & ...
        ((tolx>eps) | (fs>delta) ) )
    z=s - eval(fs/fd(s));
    tolx=abs(z-s);   fs=eval(f(z));
    s=z;      J=J+1;
end
```

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

EL MÉTODO DE NEWTON

```
if (J == N)
    display('Proceso no convergente');
else
   nuT = s*1.38066*10^(11)/6.626;
    display(['Sol. aprox. = ',...
                   num2str(nuT)]);
end
```

```
>> Plank
     Sol. aprox. = 58790348377.8157
```

EL MÉTODO DE NEWTON

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

NOTA: ***Según hemos encontrado:***

$$\frac{\vartheta^*}{T} \approx 2.821439.\frac{k}{h} = 5.879.10^{10}\, s^{-1}.{}^{o}K^{-1}$$

Ley del desplazamiento de Wien:

“La frecuencia a la que se produce la emisión máxima de energía en un cuerpo negro es directamente proporcional a la temperatura absoluta a la que se encuentra sometido”

LA REGLA MECÁNICA DE HERÓN

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

TERCER OBJETIVO:

Utilizar la regla mecánica de HERON para hallar el valor de una raíz cuadrada

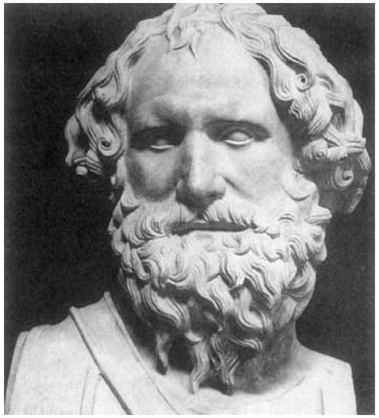
Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

LA REGLA MECÁNICA DE HERÓN

La determinación de la raíz cuadrada de un número positivo a puede realizarse resolviendo la ecuación: $x^2 - a = 0$

El procedimiento que utilizan las máquinas de cálculo para ello se describe por vez primera en la obra "Metrica" de Heron de Alejandría (siglo I) y se conoce con el nombre de regla de Heron o regla mecánica.

Pese a su nombre esta regla ya era conocida y usada por Arquímedes de Siracusa en el siglo III a.C.



Es el primer antecedente histórico conocido del uso de los hoy denominados métodos de aproximaciones sucesivas.

LA REGLA MECÁNICA DE HERÓN

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

La determinación de la raíz cuadrada de un número positivo a puede realizarse resolviendo la ecuación: $x^2 - a = 0$

Para ello puede usarse la regla mecánica o regla de Heron de Alejandría:

$$x_1 = a/2;$$

$$x_J = \frac{1}{2}\left(x_{J-1} + \frac{a}{x_{J-1}}\right) \qquad (J=2,3,4,...)$$

deteniéndose el proceso cuando se obtengan dos valores que disten menos de **ε** o, en su defecto, tras realizar **N** iteraciones.

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

LA REGLA MECÁNICA DE HERÓN

A) Escribe un subprograma **function** llamada **HERON** que calcule el valor de la raíz de un número a por este método, teniendo como argumentos de entrada:

* El número **a** (que se supone positivo)
* El valor de **ε**
* El número máximo de iteraciones permitidas **N**.

B) Escribe un programa que use la función anterior para calcular la raíz cuadrada del número **1749.38** con **$\varepsilon = 10^{-12}$** y realizando un número máximo de **N=20** iteraciones. Además del valor de la raíz cuadrada, escribe el valor del número de iteraciones realmente realizadas.

LA REGLA MECÁNICA DE HERÓN

```
function [raiz]=HERON(a,eps,N)
    s=a/2; J=1; d = 2*eps;
    while ( (d > eps) & (J < N) )
        z = (s+a/s)/2;
        d = abs(z-s);
        s = z;
        J = J+1;
    end
    raiz=s;
    display(...
      ['Iteraciones realizadas = ',...
       num2str(J)]);
end
```

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

LA REGLA MECÁNICA DE HERÓN

```
clear all
raiz=HERON(1749.38,10^(-12),20);
format long
display('Raíz cuadrada = ')
disp(raiz)
```

```
>> RAIZM
Iteraciones realizadas = 11
Raíz cuadrada =
  41.825590252858362
```

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid

Depto. de Ingeniería Geológica y Minera
E.T.S. de Ingenieros de Minas y Energía
Universidad Politécnica de Madrid